

論理式表現された問題を混合整数計画問題へ自動変換するシステムの開発

平河 堯

九州大学大学院数理学府修士課程2年



概要

産業や学術などの幅広い分野における多くの現実問題が整数計画問題として定式化できることが知られている。近年の混合整数計画問題ソルバーの発展はめざましく、高速に問題を解くことができる。ここでは、論理演算子や条件演算子で定式化される数学パズルなどを混合整数計画問題による定式化に自動変換し、解を求めるプログラム(ALLC)を開発したので紹介する。

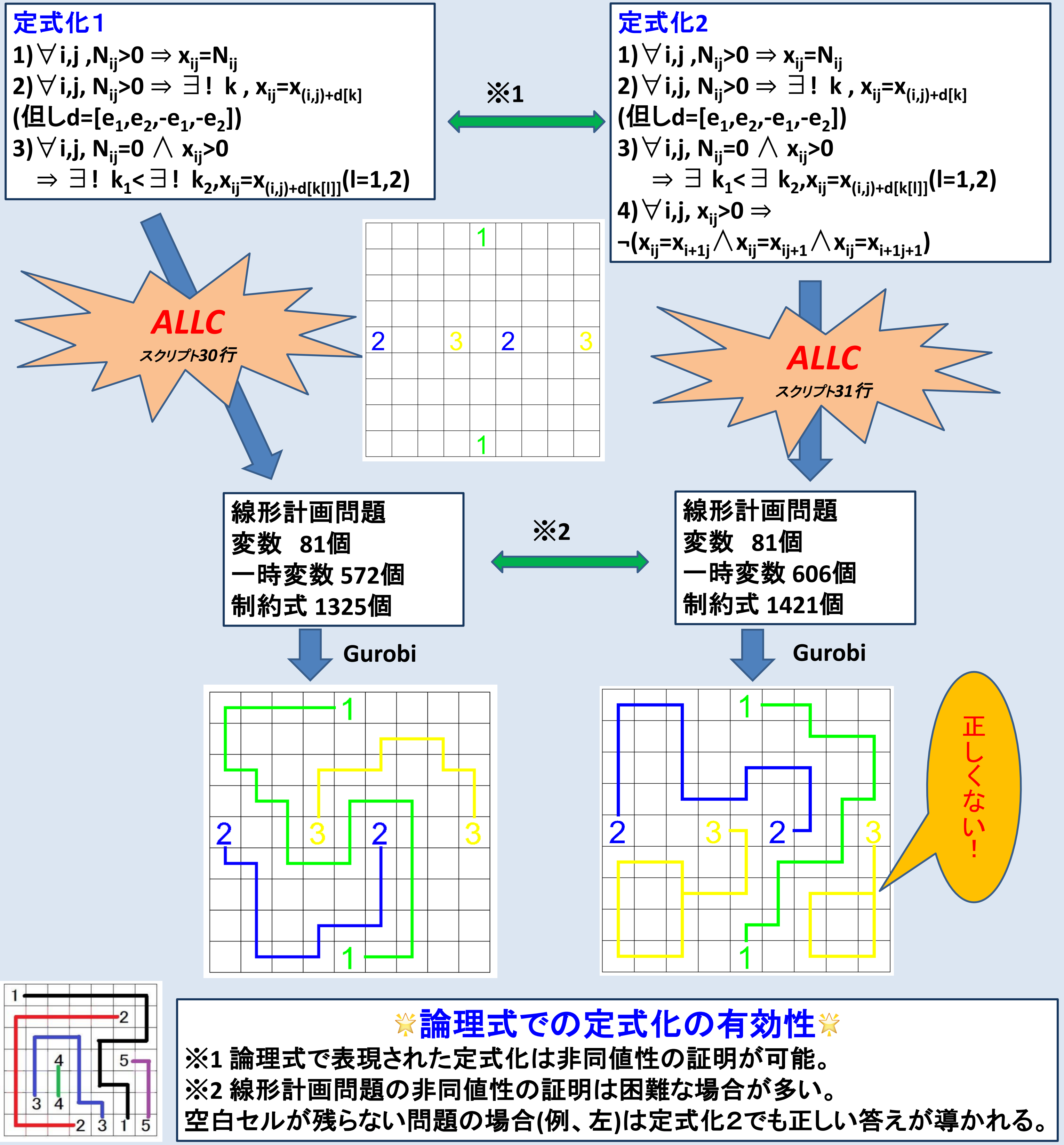
はじめに

ALLCの概要

近年では、線形計画問題を解くためのツールがたくさんあり、現実での様々な問題は線形計画問題に帰着できることが知られている。線形計画問題とは一次式の不等式や等式を制約式として、一次式の目的関数を最大化(最小化)する問題である。しかし、問題が与えられた時にそれを線形計画問題に帰着させることは簡単とは限らない。そこで、一次不等式(等式)だけでなく、論理演算や条件演算をつかって書いたスクリプトから自動でその問題を解く線形計画問題(正確には混合整数計画問題)を生成するツールALLC(Automatic Logical formula to Linear equation Compiler)を開発した。

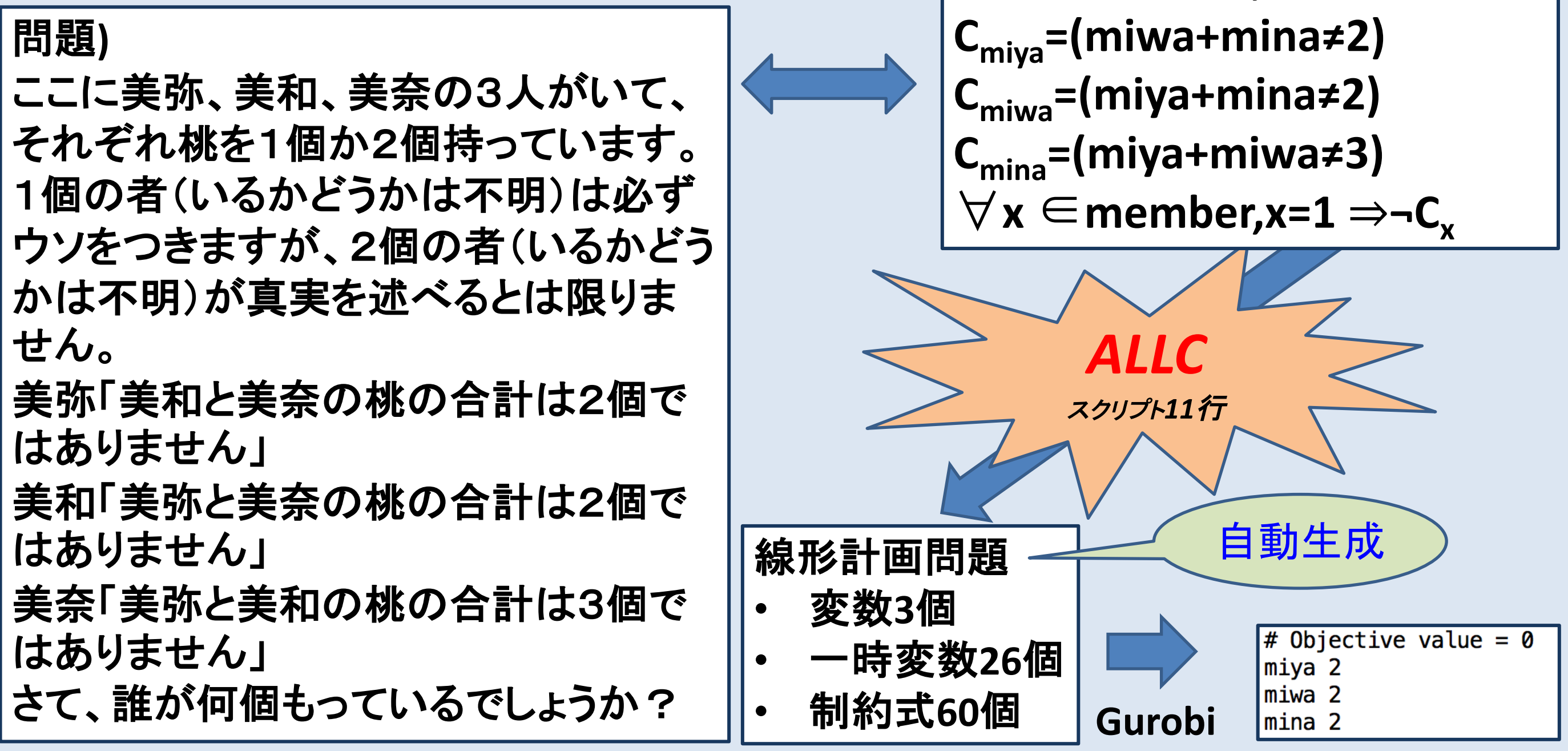
ナンバーリンク

ナンバーリンクとは盤面にある同じ数字同士を線で繋ぐパズルである。



論理パズル

ALLCでは論理パズルを解くこともできる。



ナンプレ

ナンプレとは以下のルールに従って9×9のマスの目に数字を入れるパズルである。ALLCを使ってナンプレを解くこともできる。

- 各マス目には1から9のいずれかの数字が入る。
- 各列では1から9の数字がちょうど1回ずつあらわれる。
- 各行では1から9の数字がちょうど1回ずつあらわれる。
- 区切られた3×3のどのブロックでも1から9の数字がちょうど1回ずつあらわれる。

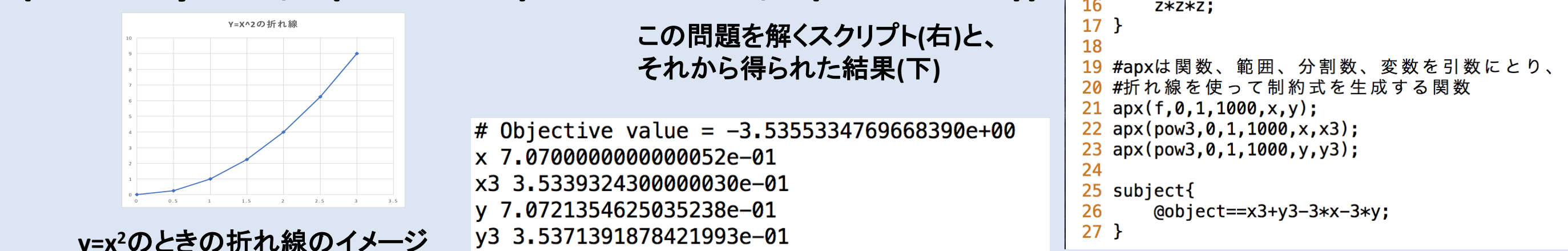
6	9	7	8	1	5	2	3	4
8	5	2	6	3	4	1	9	7
4	3	1	9	7	2	5	6	8
3	7	9	2	4	1	6	8	5
2	4	8	7	5	6	3	1	9
5	1	6	3	8	9	4	7	2
9	8	5	1	2	3	7	4	6
1	6	4	5	9	7	8	2	3
7	2	3	4	6	8	9	5	2



非線形な式の近似解

線形でない一般の連続関数を折れ線で近似する線形問題を自動変換できる。問題) $x^2+y^2=1, x \geq 0, y \geq 0$ のとき $x^3+y^3-3x-3y$ の最小値を求めよ。

(答え $x=y=\sqrt{2}/2(0.7071\dots)$ のとき $-5\sqrt{2}/2(-3.5355\dots)$)



結論

- 論理式や条件演算子で定式化された数学パズル問題を混合線形計画問題に自動変換するプログラム(ALLC)を開発した。
- 論理式で表現された数学パズル問題の論理式をそのままALLCの入力として与えることが可能である。
- 各論理式ごとに等価な線形問題に変換するために必要となる補助変数や制約不等式は自動生成される。
- ユーザーは線形問題の制約式などを意識することなく問題の論理式による定式化に集中することができる。
- 問題の定式化の正当性は論理式のレベルで検証できる。
- 定式化の正しさを検証するために定理証明支援系との連携も今後の課題である。
- 開発したシステムは約450行のjavacc grammar fileと約7000行のjavaソースファイルからなる。
(<https://github.com/KyushuUniversityMathematics/ALLC>)

参考文献等

- 参考文献
- (株)数理システム, 特殊なケースでの定式化技法, <http://www.msi.co.jp/nuopt/download/introduction/module/technic.pdf>
 - 小野田博一, 史上最強の論理パズル: ポイントを見抜く力を養う60問, 講談社, 2003.
 - 千葉滋, 2週間でできる! スクリプト言語の作り方, Software Design plus, 2012.
 - 青木峰郎, ふつうのコンパイラをつくらう, SBクリエイティブ, 2009.
 - Gurobi Optimizer, <http://www.gurobi.com/>
 - Java Compiler Compiler, <https://javacc.org/>